

NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-

Travail de groupe n° 1

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	BONUS	Tenue du groupe
Total	5	5	8	2	2

Exercice 1

Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants :

- $(2 + 3i) + (1 - 6i)$
- i^{-23}
- $\frac{1 + 4i}{1 + i\sqrt{2}}$
- $\left(\frac{3 - i}{5 - 7i} \right)$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

- $z^2 + 6z + 13 = 0$
- $\bar{z} - 3iz - 3 + 6i = 0$, $\bar{z}$ étant le conjugué de z .

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, considérons le point $\Omega(1; 0)$ et une famille de points $M_n(x_n; y_n)$ tels que, pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} x_{n+1} = -\frac{1}{2}y_n + 1 \\ y_{n+1} = \frac{1}{2}x_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Pour tout entier naturel n , notons z_n le nombre complexe ayant pour forme algébrique $x_n + iy_n$.

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = \frac{1}{2}iz_n + 1 - \frac{1}{2}i$.

- Pour tout entier naturel n , on pose $Z_n = z_n - 1$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, Z_{n+1} = \frac{1}{2}iZ_n$
- En déduire, par un raisonnement par récurrence, que : $\forall n \in \mathbb{N}, Z_n = Z_0 \frac{1}{2^n} i^n$
- On note d_n la distance de Ω à M_n . Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N}, d_n^2 = Z_n \overline{Z_n}$
- Exprimer, pour tout entier naturel n , d_n^2 en fonction de n et d_0 .
- Si $M_0(5; 4)$, déduire de la question précédente les coordonnées de M_{20} et la distance ΩM_{20}

BONUS

t désigne un nombre réel tel que $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante d'inconnue z :

$$z^2 - 2(1 + \cos(2t))z + 2(1 + \cos(2t)) = 0$$